2022年度 トキワ松学園高等学校入学試験 数学 第１回 問題用紙(1)

受験番号		氏名	

（注意） 計算はすべてその問題の余白に書き，消さないでおきなさい。
円周率を用いるときはπとして計算しなさい。

1 次の計算をしなさい。

(1) $(-3^2)\times 1^2-(-2)^2\times 2=$ $\boxed{-17}$

$-9\times 1-4\times 2=-9-8=-17$

(2) $6a^2b^3\div\frac{2}{3}a^3\times\frac{1}{9}ab=$ $\boxed{b^4}$

$6a^2b^3\times\frac{3}{2a^3}\times\frac{ab}{9}=b^4$

(3) $\frac{1}{2}(3x-2)-\frac{1}{3}(2x+1)=$ $\boxed{\frac{5x-8}{6}}$ $\left(\frac{5}{6}x-\frac{4}{3}\right)$

$\frac{3(3x-2)-2(2x+1)}{6}=\frac{9x-6-4x-2}{6}=\frac{5x-8}{6}$

(4) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=$ $\boxed{8-4\sqrt{3}}$

$(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=6-4\sqrt{3}+2=8-4\sqrt{3}$

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases}2x-y=5 & \cdots\cdots ① \\ y=3x-1 & \cdots\cdots ②\end{cases}$ を解きなさい。

②を①に代入 $2x-(3x-1)=5$

$-x+1=5\qquad x=-4$

②に代入 $y=3\times(-4)-1=-13$

$x=$ $\boxed{-4}$ ，$y=$ $\boxed{-13}$

(2) 等式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ を a について解きなさい。

$\frac{1}{2}(a+b)h=S$

$(a+b)h=2S$

$a+b=\frac{2S}{h}\qquad a=\frac{2S}{h}-b$

$a=$ $\boxed{\frac{2S}{h}-b}$

(3) $2\leqq\sqrt{x}\leqq 5$ を満たす整数xは何個あるか求めなさい。

$4\leqq x\leqq 25\qquad 25-4+1=22$

$\boxed{22}$ 個

(4) $x+y=6$，$xy=2$ のとき，x^2+y^2の値を求めなさい。

$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

$x^2+2\times 2+y^2=6^2$

$x^2+y^2+4=36$

$x^2+y^2=32$

$\boxed{32}$

(5) ２次方程式 $x^2-5x+a=0$ の解の１つが４のとき，a の値ともう１つの解を求めなさい。

$x=4$ を代入 $16-5\times 4+a=0$ より $a=4$

$x^2-5x+4=0$ を解く $(x-1)(x-4)=0$ より $x=1,\ 4$

$a=$ $\boxed{4}$ ，もう１つの解 $\boxed{1}$

(6) グラフが，2点（−2，５），（３，０）を通る１次関数の式を求めなさい。

直線の式を $y=ax+b$ とする

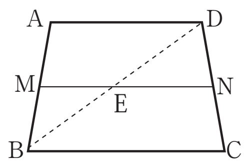
$(-2,\ 5)$を代入 $-2a+b=5$

$(3,\ 0)$を代入 $3a+b=5$

これを解いて $a=-1$，$b=3$

$\boxed{y=-x+3}$

(7) ＡＤ∥ＢＣである台形ＡＢＣＤにおいて，Ｍ，Ｎはそれぞれ辺ＡＢ，ＣＤの中点である。ＡＤ＝ 10 ㎝，ＢＣ＝ 13 ㎝であるとき，線分ＭＮの長さを求めなさい。



線分BDをひき，MNとの交点をEとする

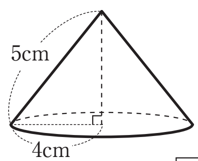
中点連結定理より $\mathrm{ME}=10\times\frac{1}{2}=5$

$\mathrm{EN}=13\times\frac{1}{2}=6.5$

$5+6.5=11.5$

$\boxed{11.5}$ ㎝

(8) 底面の半径が４㎝で，母線の長さが５㎝の円錐（すい）の体積と表面積を求めなさい。



円すいの高さをh㎝とすると

三平方の定理より $h^2+4^2=5^2$ $h>0$より $h=3$

体積は $4^2\pi\times 3\times\frac{1}{3}=16\pi$

表面積は $5^2\pi\times\frac{4}{5}+4^2\pi=20\pi+16\pi=36\pi$

体積 $\boxed{16\pi}$ ㎝^{3}，表面積 $\boxed{36\pi}$ ㎝^{2}

(9) 縦の長さと横の長さの比が２：３で，周の長さが 20 ㎝の長方形の面積を求めなさい。

縦の長さ $20\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=4$ 横の長さ $20\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=6$

面積は $4\times 6=24$

$\boxed{24}$ ㎝^{2}

3 ある店では，入会金300円を払って会員になると，その店のすべての商品が定価の10%引きで購入できるサービスがある。
トキ子さんは会員になり，ある商品を11個購入した。松子さんは会員にはならず，同じ商品を定価で10個購入したところ代金が松子さんと同じになった。

(1) この商品１個の定価をx円として，方程式をつくりなさい。

$\boxed{300+0.9x\times 11=10x}$

(2) 方程式を解いて，商品１個の定価を求めなさい。

$300+9.9x=10x$

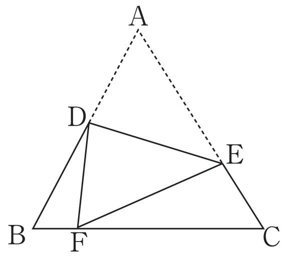
$-0.1x=-300$

$x=3000$

$\boxed{3000}$ 円

受験番号		氏名	

4　右の図のように，正三角形ＡＢＣを，頂点Aが辺BC上の点Ｆと重なるようにDEを折り目として折り返した。



(1)　このとき，△ＢＦＤ∽△ＣＥＦであることを証明した。
空欄をうめて証明を完成させなさい。

［証明］
△ＢＦＤと△ＣＥＦにおいて，△ＡＢＣは正三角形であるから，

∠ＤＢＦ＝∠ $\boxed{\text{FCE}}$ ＝60°……①

BCは一直線であるから，∠BFD＋∠DFE＋∠CFE＝ $\boxed{180}$ °

∠ＤＦＥ＝ $\boxed{60}$ °なので，

∠ＢＦＤ＝120°－∠ $\boxed{\text{CFE}}$ ……②

また，△CEFにおいて，∠CEF＋∠CFE＝ $\boxed{120}$ °なので

∠ＣＥＦ＝120°－∠ $\boxed{\text{CFE}}$ ……③

②，③より

∠ $\boxed{\text{BFD}}$ ＝∠ $\boxed{\text{CEF}}$ ……④

①，④より，$\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$ から

△ＢＦＤ∽△ＣＥＦ

(2)　BF＝3㎝，BD＝8㎝，DF＝7㎝のとき，次のものを求めなさい。

①　△ＢＦＤと△ＣＥＦの相似比

△ＡＢＣの１辺の長さは
BD＋DF＝15（cm）
CF＝15－3＝12（cm）
BD：CF＝8：12＝2：3

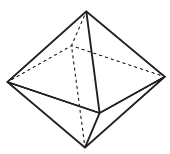
$\boxed{2}$ ： $\boxed{3}$

②　線分ＣＥの長さ

3：CE＝2：3
2CE＝9
$CE=\frac{9}{2}$

$\boxed{\frac{9}{2}}$ cm

5　１辺の長さが６㎝の正八面体について，次のものを求めなさい。



(1)　表面積

$6\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\times8=72\sqrt{3}$

$\boxed{72\sqrt{3}}$ cm²

(2)　正八面体の隣り合わない頂点どうしの距離

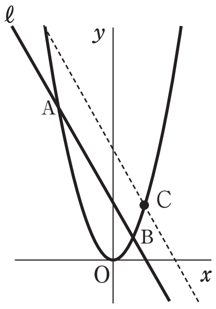
$\boxed{6\sqrt{2}}$ cm

(3)　体積

$6\times6\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{3}\times2=72\sqrt{2}$

$\boxed{72\sqrt{2}}$ cm³

6　放物線 $y=ax^2$ と，この放物線上の点Ａ(－2，8)を通り，傾きが－2である直線 ℓ がある。



(1)　a の値を求めなさい。

$a\times(-2)^2=8$
$4a=8$　　$a=2$

$a=\boxed{2}$

(2)　直線 ℓ の式を求めなさい。

$y=-2x+b$　　とする
(－2，8）を代入　$4+b=8$　より　$b=4$

$y=\boxed{-2x+4}$

(3)　この放物線と直線 ℓ との点Ａ以外の共有点Ｂの座標を求めなさい。

$2x^2=-2x+4$
$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$
よって点Ｂは $x=1$

Ｂ($\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$)

(4)　△ＡＢＯの面積を求めなさい。

$4\times2\times\frac{1}{2}+4\times1\times\frac{1}{2}=4+2=6$

$\boxed{6}$

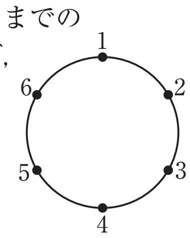
(5)　△ＡＢＯ＝△ＡＢＣとなるように，放物線上の $x>0$ の部分に点Ｃをとる。点Ｃの x 座標を求めなさい。

放物線 $y=2x^2$ と直線 $y=-2x+8$ の交点がC
$2x^2=-2x+8$
$x^2+x-4=0$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$　　　$x>0$ より

$x=\boxed{\frac{-1+\sqrt{17}}{2}}$

7　右の図のように，円周を６等分した点に１から６までの番号がつけられている。１個のさいころを３回投げ，出た目と同じ数字の点を順にA，B，Cとする。
このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　さいころの目が，順に２，３，６だったとき，∠ＡＢＣの大きさを求めなさい。

$\boxed{60}$ °

(2)　１回目に投げたさいころの目が１だった場合，あと２回さいころを投げるときの次の確率を求めなさい。

①　△ABCが正三角形になる。

(中，小)＝(3，5)，(5，3)

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

$\boxed{\frac{1}{18}}$

②　△ABCが直角三角形になる。

(中，小)＝(2，4)，(2，5)，(3，4)，(3，6)
(4，2)，(4，3)，(4，5)，(4，6)
(5，2)，(5，4)，(6，3)，(6，4)

$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

$\boxed{\frac{1}{3}}$